

בגרות לבתי ספר על-

יסודיים

מועד הבחינה : מועד חורף – תשס"ח 2008

מספר השאלון : 035003

נספח: דפי נוסחאות ל- 4 ול- 5 יחידות לימוד

מתמטיקה

שאלון ג'

הוראות לנבחן

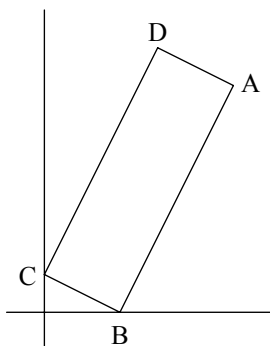
- א. משך הבחינה : שעה ושלושה רבעים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה : בשאלון זה שני פרקים.
 פרק ראשון - אלגברה
 $33\frac{1}{3} \times 1$ - $33\frac{1}{3}$ נקודות.
 פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי,
 $33\frac{1}{3} \times 2$ - $66\frac{2}{3}$ נקודות.
 טריגונומטריה

 סה"כ - 100 נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש :
 1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
 שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 2. דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות :
 1. אל תעתיק את השאלה ; סמן את מספרה בלבד.
 2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
 הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
 3. לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
 שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.
בהצלחה!

פרק א': אלגברה: (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

פתור אחת מהשאלות 1 – 2.

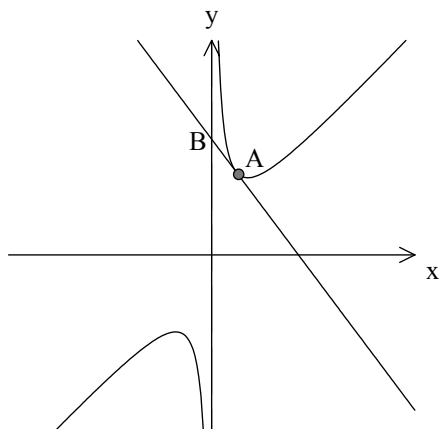
1. סוחר קנה עפרונות ב-80 שקלים. מחיר הקנייה של כל אחד מהעפרונות היה זהה. 4 מהעפרונות שקנה הסוחר נשברו, ולא נמכרו. הסוחר מכר כל אחד מהעפרונות שלא נשברו במחיר גדול ב-75% ממחיר הקנייה של העיפרון. בסך הכול הרוויח הסוחר 46 שקלים.
 - א. מצא כמה עפרונות קנה הסוחר.
 - ב. מצא את מחיר הקנייה של כל עיפרון.



2. קדקוד C של המלבן ABCD מונח על ציר ה-y. וקדקוד B של המלבן מונח על ציר ה-x (ראה ציור). שיעור ה-x של קדקוד A הוא 10, ומשוואת הצלע AB היא $y = 2x - 8$.
 - א. מצא את השיפוע של הצלע BC.
 - ב. מצא את שיעורי הקדקוד B ואת שיעורי הקדקוד C.
 - ג. AC הוא קוטר למעגל. מצא את נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה-x.

פרק ב': חשבון דיפרנציאלי (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

פתור שתיים מהשאלות 3 – 5.



3. נתונה הפונקציה $f(x) = 2x + \frac{a}{x}$.

A הוא פרמטר (ראה ציור).

לפונקציה יש מינימום בנקודה שבה $x = 3$.

א. חשב את ערך הפרמטר a.

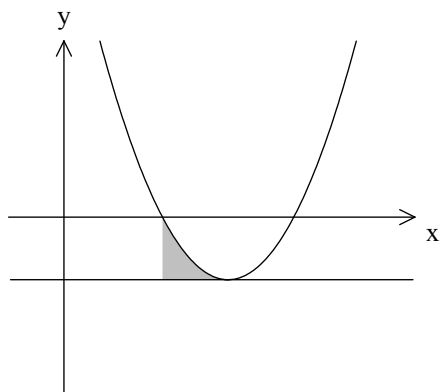
הצב את הערך של a שמצאת בסעיף א, וענה על סעיף ב.

ב. ישר, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A,

חותך את ציר ה-y בנקודה B, כמתואר בציור.

שיפוע המשיק הוא -2.5.

מצא את מרחק הנקודה B מראשית הצירים.



4. הפרבולה $y = x^2 - 10x + 21$

חותכת את ציר ה-x בנקודות A ו-B.

בנקודה A העבירו אנך לציר ה-x,

ובנקודת המינימום של הפרבולה

העבירו משיק לפרבולה (ראה ציור).

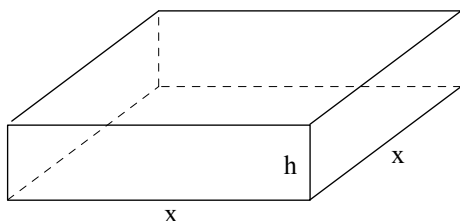
א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

ב. מצא את משוואת המשיק.

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי הפרבולה,

על ידי המשיק ועל ידי האנך (השטח המקווקו

בציור).



5. בונים תיבה. גובה התיבה הוא h ס"מ, ובסיסה הוא ריבוע, שאורך צלעו x ס"מ (ראה ציור).
ההיקף של פאה צדדית שווה ל-18 ס"מ.
א. הבע באמצעות x את גובה התיבה h .
ב. מה צריך להיות האורך של צלע הבסיס, כדי שנפח התיבה יהיה מקסימלי?

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x} + 3\sqrt{2x}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
ב. העבירו ישר, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 0.5$.
מצא את נקודות החיתוך של המשיק עם הצירים.

בהצלחה

תשובות:

1. א. 40

ב. 2 נח.

2. א. $-\frac{1}{2}$

ב. $B(4,0)$, $C(0,2)$

ג. $(4,0)$, $(6,0)$

3. א. $a = 36$

ב. 18

4. א. $A(3,0)$, $B(7,0)$

ב. $y = -4$

ג. $2\frac{2}{3}$

5. א. $h = 9 - x$

ב. $x = 6$

6. א. $x \geq 0$

ב. $(0,5.5)$, $(5.5,0)$

1.

מחיר	מחיר ליחידה	כמות	
80	$\frac{80}{x}$	x	קנייה - עפרונות
0	0	4	
$80 + 46 = 126$	$\frac{126}{x-4}$	x - 4	מכירה - עפרונות

$$\frac{126}{x-4} = \frac{1.75 \cdot 80}{x}$$

$$\frac{126}{x-4} = \frac{140}{x}$$

$$126x = 140(x-4)$$

$$126x = 140x - 560$$

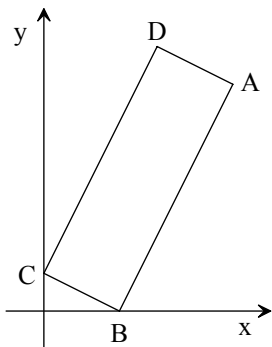
$$560 = 14x$$

$$\boxed{x = 40}$$

א. כמות: 40 עפרונות.

ב. מחיר קנייה $\frac{80}{40} = 2$, 2 ש"ח.

2.



א. שיפוע של BC הופכי

ונגדי לשיפוע AB

$$m_{AB} = 2$$

$$m_{BC} = -\frac{1}{2}$$

ב. קודקוד B חותך ציר x של $y = 2x - 8$

$$0 = 2x - 8$$

$$8 = 2x \rightarrow x = 4 \Rightarrow B(4, 0)$$

שיעורי נקודת C:

$$(4, 0), m = -\frac{1}{2} \text{ BC משוואת}$$

$$y - 0 = -\frac{1}{2}(x - 4)$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 2$$

חיתוך ציר y, $x = 0$

$$y = 2 \Rightarrow (0, 2)$$

ג. מציאת נקודה A, נציב $x = 10$ במשוואה $y = 2x - 8$

$$y = 2(10) - 8 = 12 \Rightarrow A(10, 12), C(0, 2)$$

$$a = \frac{10+0}{2} = 5; \quad B = \frac{12+2}{2} = 7 \Rightarrow M(5, 7)$$

$$(5-0)^2 + (7-2)^2 = 50 \quad (x-5)^2 + (y-7)^2 = 50$$

$$(x-5)^2 + (0-7)^2 = 50 \quad \text{חותך ציר x } y = 0$$

$$(x-5)^2 + 49 = 50$$

$$x - 5 = \pm\sqrt{1} \rightarrow \begin{matrix} x_1 = 6 \\ x_2 = 4 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} (6, 0) \\ (4, 0) \end{matrix}$$

3.

א.

נגזור, נציב $x = 3$ ונשווה ל-0.

$$\begin{cases} x = 3 \\ m = 0 \end{cases}$$

$$f(x) = 2x + \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{x}$$

$$f(x) = 2 - \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{x^2}$$

$$2 - \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{(3)^2} = 0$$

$$2 - \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{9} = 0 \rightarrow 2 - \frac{a}{18} = 0 \rightarrow 2 = \frac{a}{18} \rightarrow a = 36$$

ב.

$$f(x) = 2x + \frac{36}{2} \cdot \frac{1}{x} \rightarrow f(x) = 2x + \frac{18}{x}$$

נגזור ונשווה ל-2.5

$$f'(x) = 2 - \frac{18}{x^2}$$

$$2 - \frac{18}{x^2} = -2.5 \rightarrow 4.5 = \frac{18}{x^2}$$

$$4.5x^2 = 18 \rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm\sqrt{4} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{matrix}$$

נמצא את משוואת המשיק דרך $x = 2$

$$y = 2(2) + \frac{18}{2} = 13 \Rightarrow A(2, 13)$$

$$m = -2.5 \quad y - 13 = -2.5(x - 2)$$

$$y - 13 = -2.5x + 5$$

$$\boxed{y = -2.5x + 18}$$

נקודה B חיתוך ציר y , $x = 0$

המרחק: $|18 - 0| = 18 \Rightarrow \boxed{y = 18}$

4.

א. שיעורי A ו-B הם חיתוך ציר ה-x, $y = 0$.

$$0 = x^2 - 10x + 21$$

$$x_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{(10)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (21)}}{2(1)} \quad \begin{cases} x_1 = \frac{10+4}{2} = 7 \\ x_2 = \frac{10-4}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} A(3,0) \\ B(7,0) \end{matrix}$$

ב. בנקודת קיצון $m = 0$

ניתן למצוא גם קודקוד לפי $\frac{-b}{2a}$

$$2x - 10 = 0 \rightarrow x = 5$$

הישר המשיק: מציאת y

$$y = (5)^2 - 10 \cdot (5) + 21 = 4$$

$$m = 0, (5, 4) \rightarrow y - 4 = 0 \Rightarrow y = 4$$

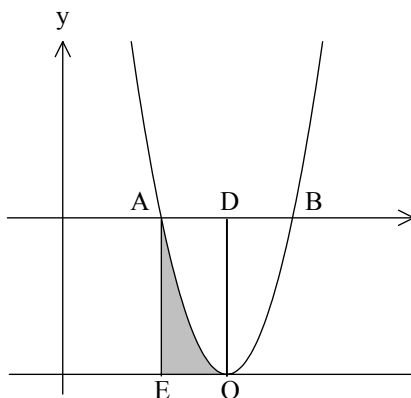
$$S_{\square ADOE} = 2 \cdot 4 = 8$$

$$S_{ADO} = \int_3^5 x^2 - 10x + 21 dx = \frac{x^3}{3} - \frac{10x^2}{2} + 21x =$$

$$\left[\frac{(5)^3}{3} - 5(5)^2 + 21(5) \right] - \left[\frac{(3)^3}{3} - 5(3)^2 + 21(3) \right] =$$

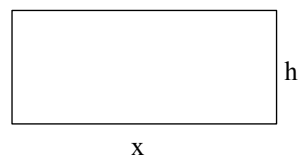
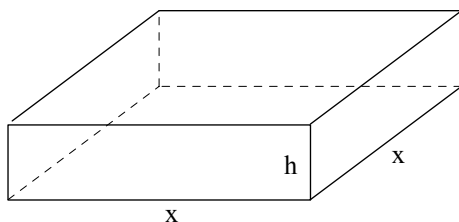
$$S = 5 \frac{1}{3}$$

$$8 - 5 \frac{1}{3} = 2 \frac{2}{3}$$



.5

א.



$$2x + 2h = 18 \quad / : 2$$

$$x + h = 9$$

$$h = 9 - x$$

ב. גובה · שטח הבסיס = נפח התיבה

$$f(x) = x \cdot x \cdot h \Rightarrow f(x) = x^2(9 - x)$$

$$f(x) = 9x^2 - x^3$$

$$f'(x) = 18x - 3x^2$$

נגזור

נשווה לאפס

$$18x - 3x^2 = 0$$

$$3x(6 - x) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 ; x_2 = 6$$

$$f''(x) = 18 - 6x$$

$$f''(0) = 18 > 0 \rightarrow \text{Min}$$

$$f''(6) = 18 - 6(6) < 0 \rightarrow \text{Max}$$

$$\boxed{X = 6}$$

6.

א. $x \geq 0$

$$f(x) = \frac{1}{x} + 3\sqrt{2x}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{3 \cdot \frac{1}{2}}{\sqrt{2x}}$$

$$m = -\frac{1}{(0.5)^2} + \frac{3}{\sqrt{2(0.5)}} = -1$$

$$y = \frac{1}{0.5} + 3\sqrt{2(0.5)} = 5$$

$$y - 5 = -1(x - 0.5)$$

$$y = -x + 0.5 + 5$$

$$\boxed{y = -x + 5.5}$$

$$0 = -x + 5.5$$

$$\boxed{x = 5.5} \rightarrow (5.5, 0)$$

$$y = -0 + 5.5 \rightarrow (0, 5.5)$$

ב. חיתוך ציר x, $y = 0$

חיתוך ציר y, $x = 0$

