

פתרונות בחינת בגרות במתמטיקה שאלון 005 חורף תשס"ז 2007

1. א.

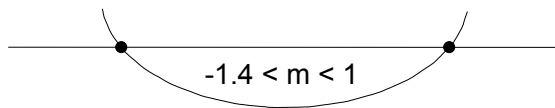
$$\begin{aligned}(m-1)x^2 - 4mx + 4m + 4 &= 2x - m - 3 \\(m-1)x^2 - x(ym+2) + 5m + 7 &= 0 \\ \Delta = 0 \quad (4m+2)^2 - 4(m-1)(5m+7) &= 0 \\ 16m^2 + 16m + 4 - 4(5m^2 + 7m - 5m - 7) &= 0 \\ 16m^2 + 16m + 4 - 20m^2 - 28m + 20m + 28 &= 0 \\ -4m^2 + 8m + 32 = 0 \quad m^2 - 2m - 8 &= 0 \\ (m-4)(m+2) &= 0 \\ m = 4 \quad m = -2\end{aligned}$$

המקרה של קו ישר: $a = 0$

$$m-1=0 \Rightarrow m=1$$

ב.

$$\frac{c}{a} < 0 \quad \frac{5m+7}{m-1} < 0$$



$$a_1, a_2, a_3$$

$$a_1, a_1q, a_1q^2$$

$$a_1 \cdot a_2 - a_3 = 125$$

$$a_1 \cdot a_1q \cdot a_1q^2 = 125$$

$$a_1^3 q^3 = 125$$

$$(a_1q)^3 = 5^3$$

$$a_1q = 5$$

$$a_1, a_1q, a_1q^2$$

$$a_1, \quad 5, \quad 5q$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$a_1 + 1, \quad 6, \quad 5q - 7$$

$$\frac{6}{a_1 + 1} = \frac{5q - 7}{6}$$

$$6^2 = (5q - 7)(a_1 + 1)$$

$$36 = 5a_1q + 5q - 7a_1 - 7$$

$$a_1 = \frac{5}{q}$$

$$36 = 5 \cdot \frac{5}{q}q + 5q - \frac{7-5}{q} - 7$$

$$36 = 25 + 5q - \frac{35}{q} - 7 \quad / \cdot q$$

$$36q = 25q + 5q^2 - 35 - 7q$$

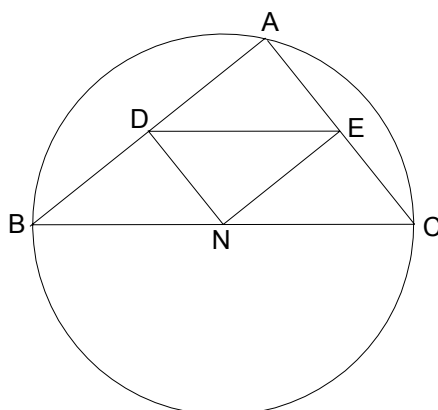
$$5q^2 - 18q - 35 = 0$$

$$q_1 = 5 \quad q_2 = -1\frac{2}{5}$$

$$q = 5 \quad a_1 = \frac{5}{5} = 1 \Rightarrow \boxed{1, 5, 25}$$

$$q = -1\frac{2}{5} \quad a_1 = \frac{5}{-1\frac{2}{5}} = \frac{-25}{7} \Rightarrow -\frac{25}{7}, 5, -7$$

3. א.



זווית הנשענת על קוטר שווה 90°

נתון

$$\angle CAB = 90^\circ$$

$$\angle NDB = 90^\circ$$

$\Downarrow$

סכום זוויות צמודות הוא 180°

(כפי שהסברנו)

$$\angle NDA = 90^\circ$$

$$\angle NDB = \angle CAB = 90^\circ$$

$\Downarrow$

אם ישנם זוג זוויות מתאימות שוות בין ישרים אז הם מקבילים.

(נתון)

$$ND \parallel AC$$

N מרכז המעגל

$\Downarrow$

$$BN = NC$$

ולכן :

DN קטע אמצעים (קטע במשולש היוצא מאמצע צלע אחת ומקביל לצלע אחרת הוא קטע אמצעים) ב-

$$\triangle ABC$$

$\Downarrow$

D אמצע AB

$$DE \parallel BC$$

$\Downarrow$

DE קטע אמצעים ב- $\triangle ABC$. (קטע במשולש היוצא מאמצע צלע אחת ומקביל לצלע אחרת הוא קטע אמצעים).

אמצעים).

$\Downarrow$

E אמצע AC.

$\Downarrow$

NE קטע אמצעים ב- $\triangle ABC$ (קטע המחבר אמצע שתי צלעות במשולש הוא קטע אמצעים)

$\Downarrow$

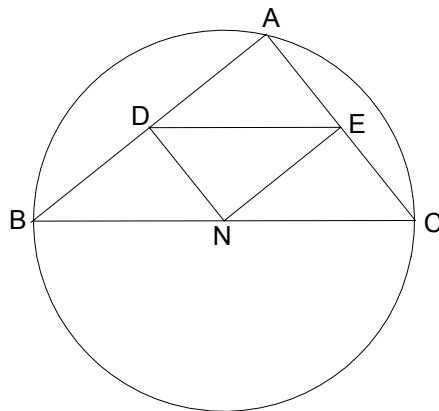
NE $\parallel$ AB (קטע אמצעים במשולש מקביל לבסיס)

$\Downarrow$

$$\angle CEN = \angle CAB = 90^\circ \text{ (זווית מתאימות בישרים מקבילים שוות)}$$

מ.ש.ל.

ב.



$\triangle BND$ היא משולש ישר זווית.

G אמצע היתר BN (נתון)

↓

DG תיכון ליתר במשולש ישר זווית.

↓

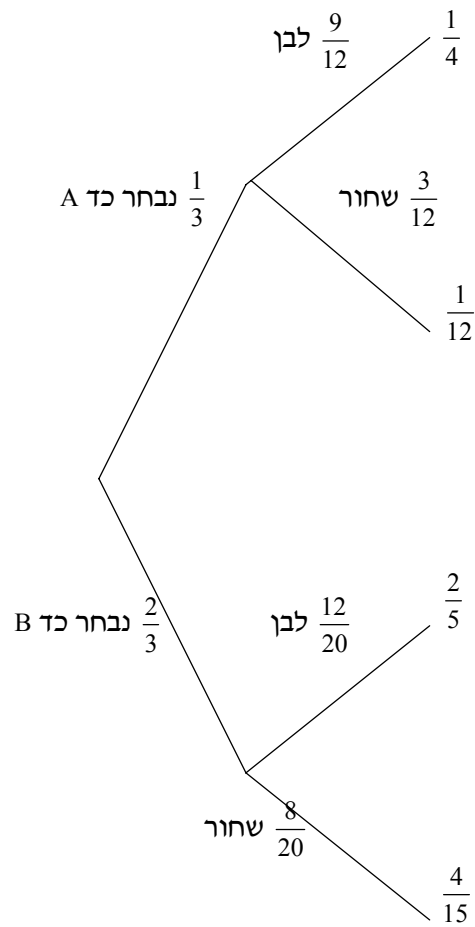
$DG = \frac{1}{2} BN$ (במשולש ישר זווית התיכון ליתר שווה למחצית היתר)

N מרכז המעגל ולכן $BN = R = 16$ (נתון)

↓

$$DG = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8$$

4. נבנה עץ מתאים לבעיה:



$$P(A \setminus B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{א.}$$

ולכן אם ידוע כי יצא כדור לבן ואנו רוצים את ההסתברות שהוא נבחר מכד A אז:

$$P(A \text{ הוצא כדור לבן וגם יצא מ-A}) = \frac{P(A \cap B)}{P(\text{הוצא כדור לבן})} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{4} + \frac{2}{5}} = \frac{5}{13}$$

נחשב את ההסתברות להוצאת כדור לבן

$$P(\text{לבן}) = \frac{1}{4} + \frac{2}{5} = 0.65$$

ב. ההסתברות לבחור לכל היותר 4 פעמים לבן מתוך 5 נסיונות היא:

$$P(\text{כל 5 הכדורים לבנים}) = 1 - P(\text{לכל היותר 4 כדורים לבנים})$$

$$\text{כלומר: } 1 - (0.65)^5 = 0.883$$

5. א. נסמן :

$$P(\text{תמונה}) = x$$

$$P(\text{מספר}) = 1 - P(\text{תמונה}) = 1 - x$$

מצד שני :

$$P(\text{תמונה}) = 1.5 \cdot P(\text{מספר})$$

$$x = 1.5(1 - x)$$

$$x = 1.5 - 1.5x$$

$$2.5x = 1.5$$

$$P(\text{תמונה}) = x = 0.6$$

$$P(\text{מספר}) = 1 - P(\text{תמונה}) = 1 - 0.6 = 0.4$$

ב. מס' הפעמים לקבלת תמונה אדם I : $0.6 \cdot 5 = 3$

מס' הפעמים לקבלת תמונה אדם II : $0.6 \cdot 15 = 9$

$$\text{אדם I : } \binom{5}{3} \cdot 0.6^3 \cdot 0.4^2 = \frac{216}{625} = 0.3456$$

$$\text{אדם II : } \binom{15}{9} \cdot 0.6^9 \cdot 0.4^6 = 0.2066$$

לאדם I הסתברות גבוהה יותר.

6. נסמן: A - האופנוע תקין

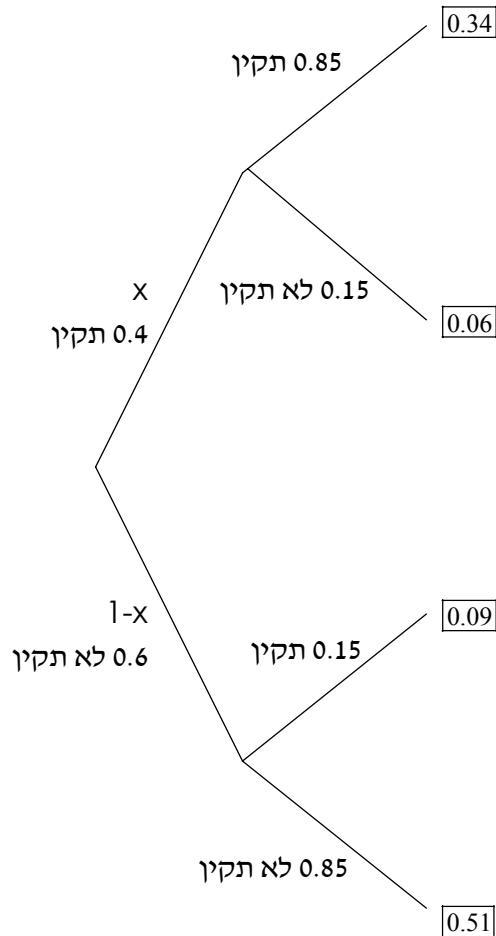
B - המכון קובע שהאופנוע תקין

$$P(A) = 0.4$$

הנתונים הם:

$$P(B/A) = P(\bar{B}/\bar{A}) = 0.85$$

נבנה דיאגרמת עץ:



$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.34}{0.34 + 0.09} = \frac{0.34}{0.43} = 0.79 \quad \text{א.}$$

ב. אנשים אלה יטענו שהסתברות היא 0.85.

הם מתעלמים מהשיעור הבסיסי של האופנועים התקינים. התופעה מכונה: 'כשל השיעור הבסיסי'.

$$P(A) = 0.5 \quad \text{במקרה זה נקבל} \quad \frac{0.85x}{0.85x + 0.15(1-x)} = 0.85 \quad \text{ג.}$$

דרך נוספת:

$$\frac{P(A)}{P(\bar{A})} = \frac{0.5}{0.5} = 1 \quad \text{במקרה זה נדרוש} \quad P(A) = 0.5 = 50\%, \quad \text{כדי שהשיעור הבסיסי יהיה 1} :$$

7. א.

מגמת פיזיקה			מגמות אחרות			כלל המגמות			
מספר המבקשים	מספר הנבחרים	% הנבחרים מבין המבקשים	מספר המבקשים	מספר הנבחרים	% הנבחרים מבין המבקשים	מספר המבקשים	מספר הנבחרים	% הנבחרים מבין המבקשים	
160	120	75%	80	64	80%	240	184	76.7%	בנים
40	10	25%	120	42	35%	160	52	32.5%	בנות
200	130	65%	200	106	53%	400	236	59%	סה"כ

ב. התלמידים מסתמכים על כך, שמתוך מגמת הפיסיקה 65% נבחרו, לעומת רק 53% מהמגמות האחרות.

ההנהלה מסתמכת על הנתונים הבאים :

* מבין הבנים מהמגמות האחרות 80% התקבלו, לעומת רק 75% מהפיסיקה.

* מבין הבנות מהמגמות האחרות 35% התקבלו, לעומת רק 25% מהפיסיקה.

ג. מכלל המגמות, התקבלו יותר בנים (76.7%) מבנות (רק 32.5%). מאחר שבמגמת פיסיקה יש יותר בנים (160) מבנות (רק 40), ובמגמות האחרות פחות בנים (רק 80) מבנות (120), המין היווה גורם מתווך שגרם להיפוך הקשר בין המגמה לבין סיכויי הקבלה.