

פתרונות בחינת בגרות במתמטיקה שאלון 003 חורף תשס"ז 2007

1. א.

מהירות	זמן	דרך	
4.5 קמ"ש	$\frac{x}{4.5}$	x	דחפור
3 קמ"ש	$\frac{x}{3}$	x	טרקטור

נשתמש בנתון הנוסף על מנת ליצור את המשוואה, הפרש הזמנים שתיים, נוסיף למי שעבר את הדרך בזמן הקצר ונשווה.

$$\begin{aligned}\frac{x}{3} &= \frac{x}{4.5} + 2 \\ \frac{3}{3} \cdot \frac{x}{3} &= \frac{2}{4.5} \cdot \frac{x}{4.5} + 2 \cdot 9 \quad / \cdot 9 \\ 3x &= 2x + 18 \\ x &= 18\end{aligned}$$

18 ק"מ.

$$\frac{18}{4.5} = 4 = \text{הזמן}$$

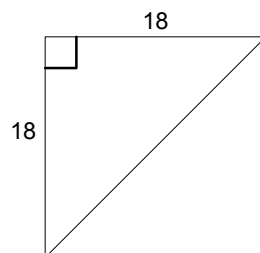
אחרי 4 שעות ב- 12⁰⁰.

ב. נוצר משולש ישר זווית ושווה שוקיים, נשתמש במשפט פתגורס: $a^2 + b^2 = c^2$

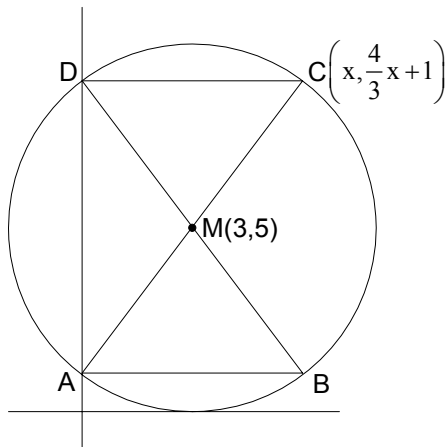
$$DC^2 = 18^2 + 18^2$$

$$DC^2 = 648$$

$$\underline{\underline{DC = 25.45}}$$



2. א.



$$\frac{4}{3}x + 1 = -\frac{4}{3}x + 9$$

$$\frac{8}{3}x = 8 \Rightarrow x = 3$$

$$y = \frac{4}{3} \cdot 3 + 1 = 5, \quad (3, 5)$$

מציאת נק' A : $x = 0$

$$y = \frac{4}{3}x + 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow A(0, 1)$$

מציאת נק' B : $x = 0$

$$y = -\frac{4}{3}x + 9 \Rightarrow y = 9 \Rightarrow D(0, 9)$$

$$d_{DM} = \sqrt{(9-5)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{16+9} = 5 \Rightarrow R = 5$$

$$(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25 \text{ : משוואת המעגל}$$

מציאת נק' C :

לפי אמצע קטע AC

$$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} ; 3 = \frac{0 + x_C}{2} \Rightarrow x_C = 6$$

$$y_M = \frac{y_A + y_C}{2} ; 5 = \frac{1 + y_C}{2} \Rightarrow y_C = 9$$

$$C(6, 9)$$

מציאת נק' B :

$$x_M = \frac{x_D + x_B}{2} ; 3 = \frac{0 + x_B}{2} \Rightarrow x_B = 6$$

$$y_M = \frac{y_D + y_B}{2} ; 5 = \frac{9 + y_B}{2} \Rightarrow y_B = 1$$

$$B(6, 1)$$

מציאת שיפועי ישרים

$$m_{DC} = \frac{9-1}{6-0} = 0$$

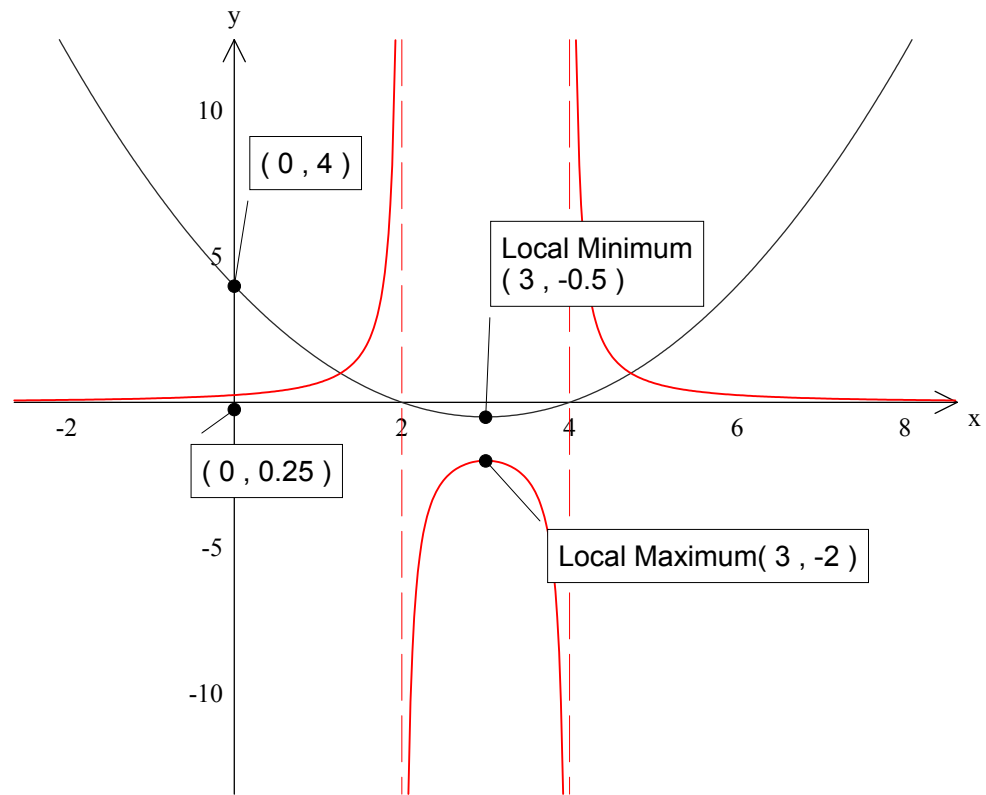
$$m_{AB} = \frac{1-9}{6-0} = 0$$

$$DC = 6$$

$$h = 9 - 1 = 8$$

$$S_a = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24$$

3. נשרטט את $f(x)$ ואת $\frac{1}{f(x)}$ על מנת לענות על השאלות (לא חובה לשרטט)



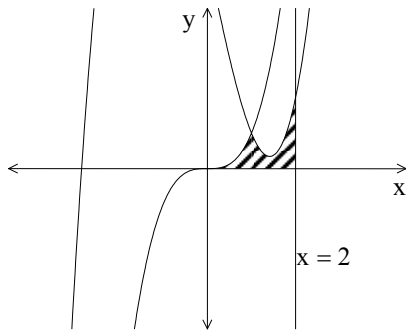
א. סוג הקיצון מיינימום מקומי

ב. שיעור הקיצון נחשב: $\frac{1}{y} = \frac{1}{-2}$ נקבל $(3, -0.5)$

ג. חיתוך ציר ה-x של הפונקציה : במקום בו האסימפטוטות המאונכות לציר ה-x וברות. $(2, 0), (4, 0)$

חיתוך ציר y של $f(x)$ $\Leftrightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{0.25} = 4$ $(0, 4)$

4. א.



$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3x + 3$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x^3$$

נמצא את החיתוך בין שתי הפונקציות:

$$\frac{1}{2}x^3 - 3x + 3 = \frac{1}{2}x^3$$

$$-3x + 3 = 0$$

$$-3x = -3$$

$$x = 1$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot 1^3 = \frac{1}{2}$$

$$\left(1, \frac{1}{2}\right)$$

ב. נציב $x = 0$ בשתי הפונקציות ונראה מה יותר גבוהה (חיתוך עם ציר ה- y).

$$f(x) = \frac{1}{2}(0)^3 - 3(0) + 3 \quad y = 3 \quad \text{פונקציה יותר גבוהה}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}(0)^3 = 0 \quad y = 0$$

$$\int_0^1 \frac{1}{2}x^3 dx + \int_1^2 \left(\frac{1}{2}x^3 - 3x + 3 \right) dx$$

$$\int_0^1 \frac{1}{2}x^3 dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{x^4}{4} \Big|_0^1 = \left[\frac{(1)^4}{8} \right] - \left[\frac{(0)^4}{8} \right] = \frac{1}{8}$$

$$\int_1^2 \left(\frac{1}{2}x^3 - 3x + 3 \right) dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + 3x \Big|_1^2 = \left[\frac{(2)^4}{8} - 3 \cdot \frac{(2)^2}{2} + 3 \cdot (2) \right] - \left[\frac{(1)^4}{8} - 3 \cdot \frac{(1)^2}{2} + 3 \cdot (1) \right] =$$

$$= [2] - [1.625] = 0.375$$

$$S = \frac{1}{8} + 0.375 = \frac{1}{2}$$

5. נסמן את קטע הגדר AB ב-x, וכיוון ששטח החלקה הוא 4500 מ"ר, הרי שאורך החזית BC שווה ל- $\frac{4500}{x}$. נרשום את הפונקציה אשר מבטאת את סכום הכסף שיש לשלם עבור הגדר.

מחיר התקנת הגדר בחזית הוא 16 שקלים, כלומר בסך הכל ישולמו $16 \cdot \frac{4500}{x}$ שקלים.

מחיר התקנת הגדר בשני הצדדים הוא 10 שקלים, כלומר בסך הכל ישולמו $10 \cdot 2 \cdot x$ שקלים. נציג את הפונקציה המבטאת את סכום התשלום:

$$y = 20x + \frac{72000}{x}$$

כדי למצוא את המחיר המינימלי שישולם עבור הגדר, נמצא את נקודת המינימום של הפונקציה על-

ידי מציאת נגזרת הפונקציה והשוואתה ל-0. במציאת הנגזרת ניעזר בכלל $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$.

נגזור את הפונקציה:

$$y' = 20 + 72000 \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) = 20 - \frac{72000}{x^2}$$

נשווה את הנגזרת ל-0:

$$y' = 20 - \frac{72000}{x^2} = \frac{20x^2 - 72000}{x^2} = 0$$

$$20 = \frac{72000}{x^2}$$

$$20x^2 - 72000 = 0$$

$$20x^2 = 72000 / : 20$$

$$x^2 = 3600$$

$$x = \pm 60$$

נבדוק את סוג נקודת הקיצון על-ידי הצבת ערכי ה-x בנגזרת השנייה של הפונקציה (אין משמעות

ל- $x = -60$ מבחינה גיאומטרית ועל כן נבדוק רק את $x = 60$).

נמצא את הנגזרת השנייה של המונה לקביעת סימן:

$$y'' = (20x^2 - 72000)' = 40x$$

נציב בנגזרת השנייה $x = 60$:

$$y'' = 40(60) > 0$$

$y''(60) > 0$, ועל כן זו נקודת מינימום.

$$BC = \frac{4500}{(60)} = 75$$

אורך צלע החלקה יהיה 60 מטרים ואורך חזית החלקה יהיה 75 מטרים.

דרך נוספת לקביעת מקסימום ומינימום
בדיקה על ידי טבלה

x	50	60	80
$y' = 20 - \frac{72000}{x^2}$	-	0	+



$$y' = 20 - \frac{72000}{(50)^2} < 0$$

$$y' = 20 - \frac{72000}{(80)^2} > 0$$



(זהירות לא להציב מספר שלילי מאחר ותחום ההגדרה ($x \neq 0$))