

מתמטיקה, תשס"ו, חורף, מס' 303,035003 + נספח

השאלות

ענה על שלוש מהשאלות 1-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{2}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות במחברתך.

אלגברה

1. מונית נסעה מעיר A לעיר B על כביש ראשי במהירות קבועה המרחק מעיר A לעיר B הוא 400 ק"מ

. בדרך חזרה מעיר B לעיר A עברה המונית בדרך עפר, הקצרה ב-40% מהכביש הראשי, אך נאלצה

להקטין את מהירותה ב-20%. מצא את מהירות המונית על הכביש הראשי אם נהג המונית עבר

בזמן של 4 שעות פחות את הדרך הקצרה?

2. מעגל שמרכזו על הישר $x = -3$ עובר דרך הנקודה (5,8), רדיוס המעגל הוא 10.

א. מצא את מרכז המעגל.

ב. מצא את משוואת המעגל (מצא את שתי האפשרויות).

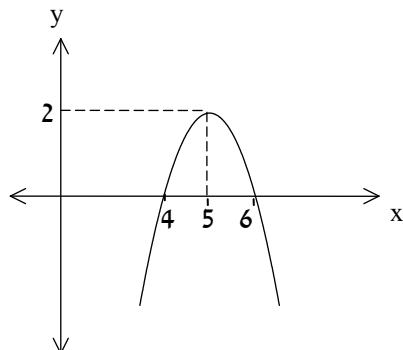
ג. מצא את משוואת הקוטר העובר דרך ראשית הצירים.

ד. מצא את אורך הקטע שהמעגל חותך מהישר $x = -3$. נמק.

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

3. הפרבולה שלפניך היא הגרף של הפונקציה $f(x)$.

א. היעזר בגרף וענה על שני תת הסעיפים (1), (2):



(1) מהו סוג הקיצון של הפונקציה $\frac{1}{f(x)}$?

(2) מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה $\frac{1}{f(x)}$.

ב. העתק למחברתך את הגרף של $f(x)$, וסרטט באותה

מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה $\frac{1}{f(x)}$.

ג. מה הם תחומי העלייה ותחומי הירידה של הפונקציה $\frac{1}{f(x)}$?

4. נתונה הפונקציה: $y = \frac{x}{3} + \frac{A}{x}$ (A הוא פרמטר).

לפונקציה יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x=3$.

א. חשב את A.

הצב את A שחישבת, וענה על הסעיפים ב-ד.

ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה,

וקבע את סוגי הנקודות (מינימום, מקסימום).

ג. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ה. הראה שעבור $A = -4$ אין לפונקציה נקודות קיצון.

5. הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא $f'(x) = 16x^3 - 2$.

העבירו ישר המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה A, ומקביל לישר $y = 14x - 2$.

א. מצא את שיעור ה-x של הנקודה A.

ב. ערך הפונקציה $f(x)$ בנקודה A הוא 5.

מצא את הפונקציה $f(x)$.

תשובות:

1. 25 קמ"ש

2. א. אפשרות אחת: $(-3, 2)$

אפשרות שנייה: $(-3, 4)$.

ב. $(x+3)^2 + (x-2)^2 = 100$

$(x+3)^2 + (x-14)^2 = 100$

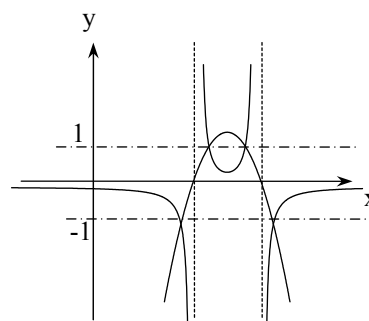
ג. $y = -\frac{2}{3}x$

ד. $20 =$ פעמיים הרדיוס, מאחר והקטע עובר דרך המרכז אז הוא קוטר.

3. א. (1) מינימום

$(2) (5, \frac{1}{2})$

ב.



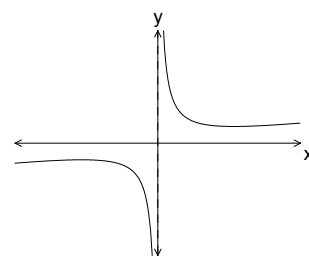
ג. תחומי עלייה: $6 < x < 15$ - תחומי ירידה: $x < 4$ - $14 < x < 5$

4. א. $A = 3$

ב. $(3, 2)$ מינימום, $(-3, -2)$ מקסימום

ג. $x \neq 0$

ד.



ה. $f'(x) \neq 0$

5. א. $x = 1$

ב. $f(x) = 4x^4 - 2x + 3$