

סימולציה מס' 1
מבחן מתכונת במתמטיקה - שאלון 004

פרק ראשון- טריגונומטריה במישור ובמרחב, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של הפונקציות הטריגונומטריות.
ענו על שאלה אחת מהשאלות 1-2
אם תענו על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה במחברתכם.

1. נתונה הפונקציה :

$$f(x) = 2 \cos^2 x - 1 + a \sin x$$

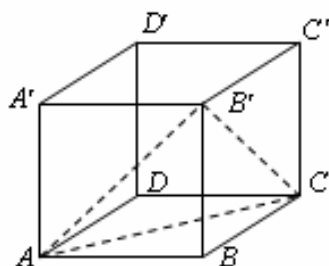
שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = \frac{\pi}{6}$ הוא $\sqrt{3}$.

- א. מצא את a .
- ב. מצא את נקודות הקיצון המוחלטות של הפונקציה בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$ וקבעו את סוגן.
- ג. עבור אילו ערכי x בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$ הישר $y = 3$ חותך את גרף הפונקציה?

2. נתונה תיבה ריבועית $ABCD A' B' C' D'$.

שטח הפנים של התיבה גדול ב- 200 סמ"ר משטח המעטפת שלה.

- א. חשבו את אורך אלכסון בסיס התיבה.
- ב. נתון שהזווית בין המישור $AB'C$ לבסיס היא α . הביעו באמצעות α את נפח התיבה.
- ג. הביעו באמצעות α את אורך אלכסון פאה צדדית בתיבה.



פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

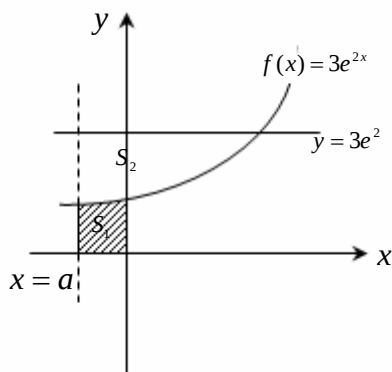
ענו על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות). אם תענו על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות במחברתכם.

3. נתונים שני חומרים רדיואקטיביים, U ו- R .
 זמן מחצית החיים של החומר U הוא 30 שנה.
 זמן מחצית החיים של החומר R הוא 40 שנה.
 א. בכמה אחוזים קטנה כמות החומר U בכל שנה, ובכמה אחוזים קטנה כמות החומר R בכל שנה?
 ב. נתונים 500 גרם מהחומר U , ו-200 גרם מהחומר R . כעבור כמה שנים תהיה כמות החומר U גדולה פי 2 מכמות החומר R ?

4. נתונה הפונקציה: $y = \frac{x+a}{e^{x^2}}$

המשיק לפונקציה בנקודה שבה $x=1$ מאונך לישר $y = \frac{e}{2}x + 7$.

- א. מצאו את a .
 ב. הסבירו מדוע הפונקציה מודגרת לכל x , למרות שהיא פונקצית מנה.
 ג. מצאו את נקודות הקיצון המקומיות של הפונקציה.
 ד. רשמו תחומי עליה וירידה.
 ה. מצאו נקודות חיתוך עם הצירים.
 ו. רשמו תחומי חיוביות ושליליות.
 ז. שרטטו סקיצה.



5. א. נתון:

$$a < 0$$

$$f(x) = 3e^{2x}$$

$$S_1 = 1.5 - \frac{1.5}{e} \quad (\text{שטח מקווקו})$$

חשב את a .

ב. חשב את השטח המוגבל ע"י הפונקציה והישרים $x = a$, $y = 3e^2$ (כלומר S_2).

בהצלחה

תשובות - שאלון 004, סימולציה מס' 1

1. א. $a = 4$

ב. מינימום מוחלט $(-\frac{3\pi}{2}, -5)$

מקסימום מוחלט $(\frac{\pi}{2}, 3)$

ג. $x = \frac{\pi}{2}$

2. א. 14.142 ס"מ

ב. $707.107 \tan \alpha$

ג. $\sqrt{100 + 50 \tan^2 \alpha}$

3. א. 1.718% , 2.284%

ב. כעבור 38.584 שנים

4. א. $a = 0.5$

ב. אם הבסיס חיובי, כל החזקה חיובית, ובפרט שונה מ-0.

ג. מיני מקומי $(-1, -0.184)$ מקסי' מקומי $(0.5, 0.779)$

ד. עליה: $-1 < x < 0.5$, ירידה: $0.5 < x$, $x < -1$.

ה. $(0, 0.5)$ $(-0.5, 0)$

ו. חיוביות: $-0.5 < x$ שליליות: $x < -0.5$

5. א. $a = -0.5$

ב. $S = 22.719$

סימולציה מס' 2
מבחן מתכונת במתמטיקה - שאלון 004

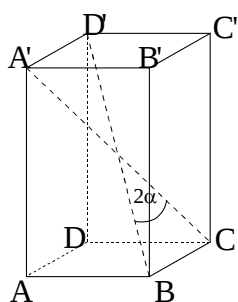
פרק ראשון- טריגונומטריה במישור ובמרחב, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של הפונקציות הטריגונומטריות.

ענו על שאלה אחת מהשאלות 1-2
אם תענו על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה במחברתכם.

1. נתונה הפונקציה: $y = K \sin x - \cos^2 x - 5$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

לפונקציה יש נקודת קיצון ב $x = \frac{\pi}{6}$.

- א. מצאו את K ורשמו את הפונקציה.
- ב. מצאו מהם שיעורי ה- x של נקודות המינימום ומהם שיעורי ה- x של נקודות המקסימום של הפונקציה בתחום הנתון.
- ג. מצאו את נקודות החיתוך בין הישר $y = -6$ לפונקציה בתחום הנתון.



2. נתונה תיבה ריבועית $ABCD A'B'C'D'$.
אורך צלע הבסיס היא 10 ס"מ.
הזווית בין אלכסוני התיבה BD' ו- CA' היא 2α (ראה ציור).
א. בטאו את שטח הפנים באמצעות α .
ב. נתון ששטח מעטפת התיבה $400\sqrt{2}$ סמ"ר. מצאו את α .

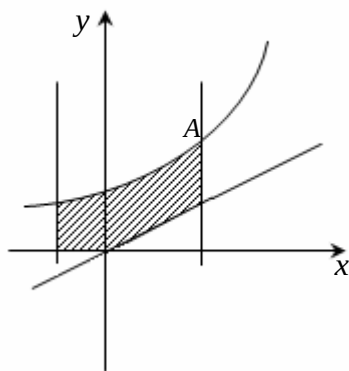
פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענו על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות). אם תענו על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות במחברתכם.

3. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 \sqrt{10 - Ax}$.
המשיק לפונקציה בנקודה $x = 4$ מקביל לציר ה- x .

- א. מצאו את ערכו של A .
- ב. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה
- ג. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
- ד. שרטטו סקיצה של הפונקציה.
- ה. לאילו ערכי K הישר $y = K$ יחתוך את גרף הפונקציה ב-3 נקודות שונות?

4. אדם מפקיד סכום של 10,000 ש"ח בבנק. הוא מקבל ריבית של 5% בשנה. לאחר t שנים הוא מושך מהבנק 6025 ש"ח. לאחר t שנים נוספות מהמשיכה הראשונה, הוא מושך 5512.5 ש"ח ונותר ללא כסף בחשבון הבנק.
- א. מצא את ערכו של t .
- ב. במידה שהאדם רוצה להכפיל את כספו (הסכום ההתחלתי). כמה שנים יצטרך להפקיד את כספו בבנק (בהנחה שהריבית היא 5%)?



5. נתונות הפונקציות $f(x) = e^{2x}$, $g(x) = \frac{x}{e}$.
- הישר $x = a$ חותך את $f(x)$ בנקודה A ששעורה y שלה הוא e^2 . מנקודה A מורידים אנך לציר ה- x . חשבו את השטח המוגבל בין שתי הפונקציות ע"י הישרים $x = -1$ והאנך מנקודה A וע"י ציר ה- x (השטח המקווקו). (תוכלו להשאיר תשובתיכם עם e או להשאיר 3 ספרות אחרי הנקודה).

תשובות - שאלון 004, סימולציה מס' 2

1. $k = -1$. א.

ב. מקסימום $x = \frac{3\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2}, x = 0$

ב. מינימום $x = 2\pi, x = \frac{5\pi}{6}, x = \frac{\pi}{6}$

ג. $x = 0$ $x = \frac{\pi}{2}$ $x = \pi$ $x = 2\pi$

2. א. $200 + \frac{400}{\tan \alpha} \sqrt{1 - \tan^2 \alpha}$ או $200 + \frac{400\sqrt{\cos 2\alpha}}{\sin \alpha}$

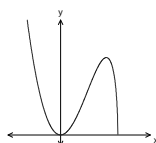
ב. $\alpha = 30^\circ$

3. א. $A = 2$,

ב. $x \leq 5$

ג. מינימום $(0,0)$ $(5,0)$

מקסימום $(4, 16\sqrt{2})$



ד.

ה. $0 < k < 16\sqrt{2}$

4. א. $t = 2$

ב. 14.206 שנים

5. $S = 3.443$

סימולציה מס' 1
מבחן מתכונת במתמטיקה - שאלון 005

פרק א': אלגברה וסדרות (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

פתור אחת מהשאלות 1 – 2.

1. נתונות הפונקציות:

$$f(x) = x + 1 - m$$

$$g(x) = mx^2 + mx$$

- א. עבור אילו ערכים של m שיעורי ה- x של נקודות החיתוך של שתי הפונקציות יהיו באותו סימן?
 ב. הראה כי אין ערך של m שעבורו שיעורי ה- x של נקודות החיתוך יהיו באותו סימן וסכומם 2.

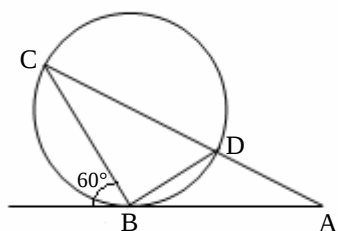
2. בסדרה חמישה איברים השונים מ-אפס.
 האיבר השני גדול פי 2 מהאיבר הראשון.
 האיבר הרביעי גדול פי 2 מהאיבר השלישי.
 האיבר החמישי גדול פי 12 מהאיבר הרביעי.
 אם נוסיף לאיבר הראשון a ונחסר 2 מהאיבר השני ומהאיבר השלישי, ונחסר 4 מהאיבר הרביעי אז תתקבל סדרה הנדסית.
 מצאו את ערכו של a .

פרק ב': הנדסת המישור, הסתברות: (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

פתור שתיים מהשאלות 3 – 6.

שים לב: לא תוכל לענות גם על השאלה בהסתברות וגם על השאלה בחשיבה הסתברותית.

3. מנקודה A שמחוץ למעגל מעבירים ישר החותך את המעגל בנקודות D ו- C , וישר אחר המשיק למעגל בנקודה B . הזווית בין משיק זה למיתר BC שווה 60° .
 $DA = DB$



- א. הוכיחו: CD עובר דרך המרכז.
 ב. נתון: $CD = 10$ ס"מ מצאו את AB .

ב. בשרטוט נתון: $\sphericalangle ABD = \sphericalangle ADB$
 M מרכז המעגל
 $ML \perp AC$
 $MN \perp AE$
 חוכיחו: $LF = GN$

הסתברות

ג. לקחו חמישה קלעים שידוע שכולם פגעו במטרה בפעם השלישית, מה ההסתברות שבדיוק ארבעה מתוכם פגעו במטרה בפעם השנייה?

ה. גיא אומר בטעות, שלפי דעתו הסיכוי שבר וליאונרדו ישארו יחדיו הוא 40%, כמו כל זוגות הידוענים. כיצד נקראת תופעה זו?

תשובות – שאלון 005, סימולציה מס' 1

1. א. $-\frac{1}{3} < m < 0$

ב. הוכחה

2. $a = -1$

3. $\sqrt{75}$

4. הוכחה

5. א. $p = 0.2$

ב. $p = 0.38$ $\left(\frac{19}{50}\right)$

ג. 0.0646

6. א. $\frac{2}{3}$

ב. $\frac{8}{3}$

ג. $\frac{16}{9}$

ד. 64%

ה. כשל השיעור הבסיסי

סימולציה מס' 2
מבחן מתכונת במתמטיקה - שאלון 005

פרק א': אלגברה וסדרות (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

פתור אחת מהשאלות 1 – 2.

1. נתונה המשוואה $4x(kx - 1) - k + 2$.

א. הראו כי אחד משורשי המשוואה הוא מספר קבוע שאינו תלוי ב- k .

ב. לאילו ערכים של k , מכפלתם $\frac{k}{4}$ וסכום השורשים יהיה 1?

2. הסדרה $a_1, a_2, a_3, \dots$ היא סדרה הנדסית שמנתה q . בונים סדרה שהאיברים שלה הם:

$$b_1 = a_1^2, b_2 = a_2^2, b_3 = a_3^2, \dots$$

א. בטאו בעזרת a_1, q ו- n את b_n , האיבר במקום ה- n .

ב. הראו כי הסדרה $b_1, b_2, b_3, \dots$ היא הנדסית.

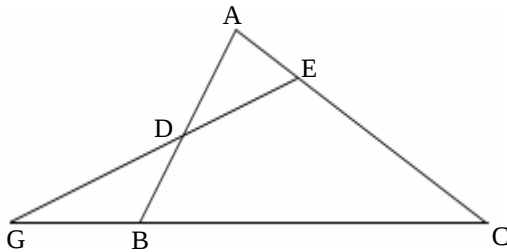
ג. נתון $b_1 = 9$ ו- $a_1 > 0$ הביעו באמצעות q את היחס בין סכום n איברי הסדרה

הראשונים של b_n לבין סכום $2n$ איברי הסדרה הראשונים של a_n .

פרק ב': הנדסת המישור, הסתברות: (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

פתור שתיים מהשאלות 3 – 7.

שים לב: לא תוכל לענות גם על השאלה בהסתברות קלאסית גם על השאלה בחשיבה הסתברותית בחיי היום יום.



3. נתון:

$$AD = DB = 6$$

$$AE = 4$$

$$DE = 5$$

$$EC = 14$$

א. הוכיחו שהמרובע $DECB$ בר חסימה.

ב. הוכיחו שניתן לחסום מעגל במרובע זה.

ג. הוכיחו: $\triangle GCE \sim \triangle GDB$

4. ההסתברות להצלחה של מסיימי כיתה י"ב בבית ספר מסויים במבחן במתמטיקה היא p ($0 < p < 1$).
- אם בוחרים באקראי ארבעה תלמידים מבין הניגשים לבחינה זו באותו בית ספר, אז ההסתברות שבדיוק שניים מהם יצליחו גדולה פי 96 מההסתברות שכל הארבעה יכשלו.
- א. מצאו את p .
- ב. חשבו את ההסתברות שלפחות שלושה מתוך ארבעה תלמידים יצליחו בבחינה.
- ג. מתוך הניגשים לבגרות במתמטיקה בכיתה י"ב בביה"ס זה, ל-40% מתוך העוברים במתמטיקה יש ציון עובר בתנ"ך. ל-46% אחוזים מכיתה זו שנגשו למתמטיקה יש ציון עובר בתנ"ך. מהי ההסתברות שתלמיד שלא עבר מתמטיקה לא עבר בתנ"ך?

5. בבריכה יש שלושה סוגי דגים: פורל, דניס, בורי. מחלה פגעה במחצית הדגים. המחלה

פגעה ב- $\frac{3}{4}$ מדגי הפורל, ב- $\frac{1}{2}$ מדגי הדניס וב- $\frac{1}{4}$ מדגי הבורי.

ידוע ש-60% מהדגים הפגועים הם דגי פורל.

א. מהו אחוז דגי הפורל בבריכה?

ב. מהו אחוז דגי הדניס בבריכה?

הסתברות בחיי היום יום

6. שלומי מעוניין לעבור טיפול להסרת שיער בלייזר. ידוע כי 80% מהעוברים טיפול להסרת שיער מרוצים מהשינוי.
שונית, חברה של שלומי, ייעצה לשלומי שלא לעבור את הטיפול, שכן לדעתה השיער בחזהו הולם אותו. ידוע שהמלצות של נשים לבני הזוג שלהם בענייני שינוי מראה חיצוני תואמת את שביעות הרצון של הגברים מהשינוי ב-90% מהמקרים.
נסמן: A - המטופל מרוצה מהסרת השיער.
B - חברתו של המטופל המליצה לו לעבור את הטיפול.

- א. חשבו את השיעור הבסיסי של A.
- ב. חשבו את הדיאגנוסטיות של B עבור A.
- ג. חשבו את היחס המעודכן R.
- ד. בהתבסס על חוות דעתה של שונית, מה ההסתברות ששלומי יהיה מרוצה, אם יסיר את שיערו?
- ה. שלומי מעריך שהסיכוי שיהיה מרוצה מהסרת השיער הוא 95%. האם תשובתכם לסעיף ד' תשתנה? הסבירו!

7. במבחן בינלאומי במתמטיקה השתתפו 50 מדינות. המבחן כולל גם נספח, ובו שאלות כלליות לתלמיד על הרגליו הלימודיים.
ב-3 מדינות התלמידים גם הצליחו במבחן וגם טענו שהם מאושרים בביה"ס.
ב-2 מדינות התלמידים גם לא הצליחו במבחן וגם טענו שהם אינם מאושרים בביה"ס.
ב-30 מדינות התלמידים הגדירו את עצמם כמאושרים בביה"ס.
ב-20 מדינות התלמידים הגדירו את עצמם כלא מאושרים בביה"ס.

- א. אסנת ניתחה את ממצאי המבחן, וטוענת שמצאה קשר סטטיסטי בין אושר בביה"ס להצלחה במבחן. משמעות הקשר לטענתה הוא, שתלמידים שאינם מאושרים בביה"ס מצליחים יותר במבחן. על אילו נתונים מסתמכת אסנת?
- ב. עופר טוען שאין קשר סיבתי בין היעדר אושר בביה"ס להצלחה במבחן. לטענתו, במדינות שבהן רמת הלימוד במתמטיקה גבוהה, התלמידים פחות מאושרים בביה"ס, כי חומר הלימוד קשה להם, אבל בסופו של דבר הם מצליחים יותר במבחן. נתחו את דבריו של עופר, הסבירו מהו הגורם המתווך ובין אילו שני גורמים הייתה הצמדת גורמים.
- ג. לינוי בדקה ומצאה, שרוב המדינות שתלמידיהן לא הצליחו במבחן היו ממזרח אסיה, שם האנשים מאופקים, ואילו רוב המדינות שתלמידיהן לא הצליחו במבחן היו מאגן הים התיכון, שם האנשים נוטים להחצין את רגשותיהם. ממצאים אלה, טוענת לינוי, מעמידים בספק גם את הנחתו של עופר שרמת לימוד גבוהה משפיעה על רמת האושר של תלמידים. נתחו את טענתה של לינוי.

תשובות - שאלון 005, סימולציה מס' 2

1. א. למשוואה ממעלה ראשונה פתרון יחיד $x = 0.5$
למשוואה ממעלה שנייה אחד הפתרונות הוא $x = 0.5$
ב. $k = 1$
2. א. $b_n = a_1^2 \cdot q^{2n-2}$
ב. הוכחה
ג. $\text{יחס} = \frac{3}{q+1}$
3. הוכחה
4. א. $p = 0.8$
ב. $p = 0.8192$
ג. $p = 0.3$
5. א. 40%
ב. 20%
6. א. 4
ב. $\frac{1}{9}$
ג. $\frac{4}{9}$
ד. $\frac{4}{13}$
7. א. מבין הלא מאושרים 90% מצליחים במבחן, לעומת 10% מהמאושרים.
ב-ג הוכחה